

Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso académico 2016/2017)

| DPTO. | LÍNEA GENERAL | LÍNEAS TEMÁTICAS |
|--------------------------------------|---|---|
| Estadística, I.O. y Cálculo Numérico | <p align="center">Cálculo Numérico</p> <p>Dr. Carlos Moreno e-mail: cmoreno@ccia.uned.es Te: 913987257</p> <p align="center">Investigación Operativa</p> <p>Dra. Maria Angeles Muruaga e-mail: mmuruaga@ccia.uned.es Te: 913987256</p> <p align="center">Estadística</p> <p>D. Francisco Hernández e-mail: fhernangomez@ccia.uned.es Te: 913987258</p> <p align="center">Probabilidad</p> <p>Dr. Ricardo Vélez e-mail: rvelez@ccia.uned.es Te: 913987258</p> | <p>(36% del total)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo Numérico • Investigación Operativa • Estadística • Probabilidad |

| | | |
|--------------------------------------|---|---|
| Matemáticas Fundamentales | <p style="text-align: center;">Álgebra</p> <p>Dr. Emilio Bujalance e-mail: ebujalance@mat.uned.es Te: 913987222</p> <p style="text-align: center;">Análisis matemático</p> <p>Dr. Arturo Fernández e-mail: afernan@mat.uned.es Te: 913987227</p> <p style="text-align: center;">Aplicaciones de las Matemáticas</p> <p>Dr. Roberto Canogar e-mail: rcanogar@mat.uned.es Te: 913987225</p> <p style="text-align: center;">Geometría y Topología</p> <p>Dr. Antonio Costa e-mail: acosta@mat.uned.es Te: 913987224</p> | <p>(64% del total)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Álgebra: Métodos computacionales en Teoría de Grupos. • Análisis Matemático: • Bases de Riesz y Frames en espacios de Hilbert Medida e integración Aplicación Conforme Aproximación polinómica de funciones. Cuestiones y ampliaciones sobre espacios normados. • Aplicaciones de las Matemáticas: (hasta 3 estudiantes) Criptología • Geometría y Topología: • <i>Geometría hiperbólica.</i> • <i>Topología Algebraica. Topología General.</i> • <i>Topología y geometría de variedades.</i> |
| Lógica, Hª y Filosofía de la Ciencia | <p style="text-align: center;">Historia de la Matemática</p> <p>Coordinador: Dr. David Teira e-mail: dteira@fsf.uned.es 913988392</p> | <p>(2 Estudiantes)</p> <p>Historia de la Matemática</p> |

CALENDARIO

Octubre/Noviembre 2016

| L | M | X | J | V | S | D |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | | |

- 20 octubre: fecha prevista de finalización de matrícula. Si se ampliara el plazo de matrícula, este calendario deberá modificarse para adaptarlo a las nuevas fechas.
- 24-28 de octubre: periodo de asignación de líneas de TFG a los estudiantes en las Facultades y Escuelas.
- 31 de octubre: publicación de listas provisionales de asignaciones.
- Del 2 al 4 de noviembre: periodo de reclamación por parte de los estudiantes.
- 8 de noviembre: publicación de listas definitivas.
- Del 9 al 11 de noviembre: periodo de anulación de la asignatura con derecho a devolución.

Información específica sobre las líneas

LÍNEAS DEL TRABAJO FIN DE GRADO EN MATEMÁTICAS

Línea: Análisis Matemático

Profesores: Maria José Muñoz Bouzo

Arturo Fernández Arias

Fidel Jose Fernández y Fernández-Arroyo

Beatriz Hernando

Jose Leandro de María

1. Bases de Riesz y frames en espacios de Hilbert: teoría de muestreo y wavelets

El primer objetivo principal es llevar a cabo un estudio introductorio de las bases de Riesz y de los frames en un espacio de Hilbert separable. Ambos conceptos extienden el concepto de base ortonormal en el siguiente sentido: se estudia el problema de recuperar, no siempre de manera única, un elemento del espacio de Hilbert a partir de los elementos de una sucesión del espacio.

Aplicando lo anterior y como segundo objetivo se estudian sucesiones en espacios de Hilbert concretos: se aplican los conceptos anteriores, a la teoría de muestreo en espacios de Paley-Wiener y más en general a los espacios invariantes por translación. Finalmente se estudiará un método sobre cómo construir bases ortonormales de wavelets en $L^2(\mathbb{R})$, a partir de un análisis multirresolución.

2.Transformación Conforme y Aproximación polinomial y por funciones racionales de las funciones analíticas.

El teorema central de la transformación conforme es el célebre Teorema de Riemann que afirma que todo dominio simplemente conexo del plano complejo es conformemente equivalente al disco unidad o al plano complejo. Este teorema se demuestra solamente en el 2º ciclo del grado.

Se proponen diferentes cuestiones sobre este teorema. 1. Comportamiento en la frontera de la transformación de Riemann asociada a un dominio simplemente conexo. 2. Descripción de las transformaciones de Riemann asociadas a dominios simples del plano, por ejemplo círculos y semiplanos que viene dadas por las llamadas Transformaciones de Möbius, polígonos, que vienen dadas por las llamada Transformación de Schwarz Christoffel. 3. Un estudio más avanzado de las Transformaciones de Möbius.

Es una cuestión natural aproximar funciones analíticas por funciones más sencillas como polinomios o funciones racionales. Ha sido tratada extensivamente en la literatura. Un primer ejemplo fundamental es el Polinomio de Taylor. Proponemos el estudio de diversos resultados importantes en este tema como el Teorema de Runge, Teorema de Mergelian, Teorema de Müntz.

4. Cuestiones y ampliaciones sobre espacios normados

Se pretende, manejando tanto ideas generales como ejemplos concretos, primero afianzar conceptos y temas de la asignatura de *Espacios Normados* del Grado; y después, ampliar distintos resultados a contextos diferentes, a menudo más generales, insistiendo en las relaciones entre las situaciones consideradas. Se dará importancia a la comprensión correcta, y se podrán poner ejercicios para comprobarla.

5. Título: Números trascendentes

En este trabajo el estudiante profundizará en la clasificación de los números reales distinguiendo los subconjuntos formados por los números naturales, los enteros, los racionales y los irracionales.

Dentro de los números irracionales estudiará los llamados números algebraicos y los trascendentes y probará que esta última familia de números reales es infinita no numerable.

Después demostrará con todo detalle que e es transcendente.

Por último, buscará otros ejemplos en la literatura matemática de números trascendentes.

Programa de radio de la UNED, Serie: Ciencias en Radio 3. Participantes: Beatriz Hernando. Emitido el día 05/02/2013,

Libro: "Calculus" de Michael Spivack, Editorial Reverté. s.a. (1981), tomo II

6.: Convergencias en el Análisis.

Se estudian las convergencias fundamentales en distintos contextos del Análisis Matemático:

Uniforme, casiuniforme, en medida etc... en los espacios de funciones.

Línea: Álgebra

Profesores: Emilio Bujalance

Alberto Borobia

Ernesto Martínez

Javier Pérez

1. Diseños Combinatorios

La teoría de los Diseños combinatorios es una parte de la Combinatoria. Estudia la existencia, construcción y propiedades de conjuntos finitos que satisfacen determinadas condiciones. En cierto sentido, puede considerarse un Diseño combinatorio como una generalización de un grafo.

Esta teoría tiene multitud de aplicaciones en diseño de experimentos, geometrías finitas, calendarios de competiciones deportivas, problemas de asignación, criptografía, diseño de algoritmos, redes, etc.

Los requisitos matemáticos requeridos son: tener un buen conocimiento de

- Los conceptos y métodos básicos de Teoría de Grafos y de Combinatoria.
- Las propiedades y operaciones con matrices; isomorfismos.
- Planos proyectivos y planos afines.
- Grupos finitos.
- Estructura y propiedades de cuerpos.

Estos temas se han estudiado en las asignaturas de Matemática Discreta, Álgebra Lineal I y II, Geometrías Lineales y Álgebra, respectivamente, todas ellas situadas en los cursos primero y segundo curso del Grado en Matemáticas.

El objeto del Trabajo Fin de Grado es aprender los elementos básicos de la teoría de los Diseños Combinatorios, a partir de la bibliografía recomendada, para aplicar posteriormente estos conceptos al desarrollo más amplio de alguna aplicación: cuadrados greco-latinos, geometrías finitas: planos proyectivos y planos afines, triples de Steiner, (entre otras muchas posibilidades) que se concretará para cada estudiante.

2. Problema Inverso de Autovalores

En Álgebra Lineal, dada una matriz cuadrada el problema de calcular todos o parte de sus autovalores se denomina Problema de Autovalores. Nosotros vamos a considerar el Problema de Autovalores desde el punto de vista opuesto, en el que la matriz será el punto de llegada y no el punto de partida. Para llegar a construir la matriz no partimos de cero sino que disponemos de cierta información sobre ella: conocemos sus autovalores y sabemos que cumple determinadas propiedades estructurales (como por ejemplo ser simétrica, o ser tridiagonal, o...). El problema por tanto consiste en determinar si realmente existe alguna matriz con esos autovalores y con esa estructura, y en caso de ser así construir dicha *matriz solución*. Este problema es el Problema Inverso de Autovalores (IEP, Inverse Eigenvalue Problem) y tiene importantes aplicaciones en Mecánica e Ingeniería.

El objeto de estudio del Trabajo Fin de Grado son algunos de los Problemas Inversos de Autovalores que corresponden a la Teoría de Completación. En estos problemas la restricción estructural impuesta a la matriz consiste en que se conocen algunas de las entradas de la matriz y se desconocen el resto de las entradas.

Para realizar el trabajo se empleará como material básico el artículo de recopilación titulado *Inverse Matrix Eigenvalue Problem* escrito por Ikramov y Chugunov, donde se describe con detalle y precisión distintos Problemas Inversos de Autovalores, a la vez que incluye algoritmos finitos que permiten construir las matrices solución. Se estudiarán únicamente los casos más sencillos y se pedirá ilustrar, para matrices de tamaño reducido, el cálculo de matrices solución con ejemplos concretos.

Los conocimientos matemáticos requeridos se han estudiado en las asignaturas de Álgebra Lineal I y II, Geometrías Lineales y Matemática Discreta. Todas pertenecientes a los primeros cursos del Grado en Matemáticas.

3. Representación de Grupos Finitos

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado es introducir el concepto de representación de un grupo finito. Se hará especial énfasis en el concepto de irreducibilidad, así como en la decisiva teoría de caracteres como herramienta para la determinación de todas las representaciones irreducibles de un grupo dado. Se definirá a su vez la matriz de caracteres de caracteres y se calcularán las representaciones irreducibles de algunos grupos finitos notables.

Como referencias bibliográficas, se destacan:

J.P.Serre “Representaciones lineales de los grupos finitos” (Existe versión en español). Omega.

J.L.Alperin, R.B. Bell “Groups and representations” GTM. 162. Springer.

Línea: Geometría y Topología

Los profesores:

Javier Cirre Torres
Antonio Félix Costa González
José Luis Estévez Balea
Víctor Fernández Laguna

Los trabajos de esta línea versarán sobre algunos de los siguientes temas:

- *Geometría hiperbólica*. Se propondrán trabajos dedicados al estudio este tipo de geometría no euclídea.
- *Topología Algebraica*. Se propondrán trabajos que supongan una ampliación de los conocimientos, métodos y destrezas adquiridos en la asignatura de *Topología*.
- *Topología General*. Se propondrán trabajos que supongan una ampliación de los conocimientos, métodos y destrezas adquiridos en la asignatura de *Ampliación de Topología*.
- *Topología y geometría de variedades*. Se estudiarán temas sobre topología de variedades de dimensión baja o temas sobre estructuras geométricas en superficies y variedades de dimensión tres.

Línea: Aplicaciones de las Matemáticas

Profesores : Roberto Canogar

Ángel Garrido Bullón

Beatriz Estrada

Miguel Delgado

Teoría Matemática de la Información.

Teoría de la Información: se estudiará el artículo "The Mathematical Theory of Communication" de C.E. Shannon de 1948 y se hará un trabajo sobre el contenido y alguna de las muchas aplicaciones.

Medida e integración y aplicaciones

- 1) Clases de Conjuntos. Anillos de Conjuntos: propiedades. Un anillo de intervalos. Algebras de Conjuntos. Clases Monótonas. Espacios Medibles. Medidas aditivas sobre un anillo. Espacios de Medida. Teorema de extensión de Hans Hahn. Extensiones de medida σ -finitas. Medida de Lebesgue-Stieltjes sobre la recta real. Medida de Lebesgue sobre \mathbf{R} .
- 2) Funciones medibles. Propiedades de tales funciones. Teorema de Egorov. Convergencia en medida.

- 3) Integración. Integrales de funciones no-negativas. Aditividad de la integral con respecto del integrando. Teoremas de convergencia. Propiedades de la integral. Teorema de Lebesgue de la Convergencia Dominada.
- 4) Los Teoremas of Fubini. Producto de espacios medibles. Medida de Lebesgue sobre \mathbf{R}^n . Productos tensoriales de medidas. Teoremas de Fubini y de Tonelli-Hobson. Complección de medidas producto.
- 5) Espacios de Lebesgue.
- 6) Introducción a los Conjuntos Borrosos (Fuzzy sets) y a las Medidas Difusas (Fuzzy Measures). Sus propiedades y aplicaciones.

Nota:

Se intentará que revisen y amplíen sus conocimientos sobre estos temas, a los que añadiremos un resumen de lo que actualmente se está investigando para conseguir generalizar estos resultados clásicos (como son los teoremas de Lusin, el de Hahn-Banach, el de Banach-Steinhaus, etc.), pero en versión “fuzzy”.

Línea: Investigación operativa

Profesor coordinador: Eduardo Ramos

Los **Trabajos Fin de Grado** en la línea de **Investigación Operativa** podrán consistir en la resolución o el estudio de alguno de los aspectos siguientes:

1. Resolución de uno o varios problemas de Investigación Operativa relacionado con los Modelos de optimización o de Teoría de juegos.
2. El examen de algún modelo particular de optimización o de algún tipo de juego especial.
3. Análisis de algún artículo o capítulo de un libro del área correspondiente.

Los trabajos habrán de redactarse por escrito, con el esmero necesario para dar prueba de una adecuada comprensión de los desarrollos llevados a cabo.

Línea: Estadística

Profesor coordinador : Francisco Hernangómez Cristóbal

Los **Trabajos Fin de Grado** en la línea de **Estadística** podrán consistir en la resolución o el estudio de alguno de los aspectos siguientes:

1. Resolución de uno o varios problemas estadísticos de enjundia relacionados con alguna de las asignaturas: **Inferencia Estadística, Teoría de la Decisión, Modelos de Regresión, Teoría de Muestras o Análisis Multivariante.**
2. Análisis Estadístico detallado de un conjunto real de datos, incluyendo análisis de las suposiciones, ajuste del modelo y conclusiones.
3. Análisis de algún artículo o capítulo de un libro relacionado con las asignaturas citadas anteriormente.

Los trabajos habrán de presentarse por escrito, con el esmero y detalle necesarios para dar prueba de una adecuada comprensión de los desarrollos llevados a cabo.

Línea: Probabilidad

Profesor coordinador: Ricardo Vélez Ibarrola

1. Resolución de uno o varios problemas probabilísticos de enjundia relacionado con alguna de las asignaturas *Cálculo de Probabilidades 1, Cálculo de Probabilidades 2, Procesos Estocásticos o Modelos estocásticos.*
2. El examen de algún contraejemplo de interés relativo a algún resultado de la teoría de la Probabilidad.
3. Análisis de algún artículo o capítulo de un libro del área correspondiente.

Los trabajos habrán de redactarse por escrito, con el esmero necesario para dar prueba de una adecuada comprensión de los desarrollos llevados a cabo.

Línea: Cálculo Numérico

Profesor: Carlos Moreno González

El estudio de las propiedades de las ecuaciones que constituyen los modelos matemáticos que aparecen en la Ingeniería y las Ciencias Sociales, suministra un mayor conocimiento cualitativo del fenómeno.

Hasta la segunda mitad del siglo XX, las posibilidades de calcular las soluciones de un sistema de ecuaciones que modelara razonablemente un fenómeno real complejo, eran muy escasas. De hecho, históricamente esta imposibilidad ha empujado al científico y al ingeniero a su simplificación hasta modelos, muchas veces excesivamente simples. El desarrollo de los medios de cálculo electrónico de las últimas décadas ha cambiado de un modo radical estas actitudes y ha impulsado la creación de nuevas técnicas matemáticas y la revalorización de algunas antiguas, cuya puesta en práctica hasta entonces no era posible. La influencia de estos desarrollos en el avance tecnológico actual ha sido considerable.

La simulación numérica de estos fenómenos permite optimizar los diseños y prever problemas potenciales que puedan producirse, sin los costes económicos que la experimentación real o a escala originan. Es importante comprender que en general no es posible resolver mediante métodos exactos estos sistemas de ecuaciones y es preciso recurrir a las técnicas numéricas. Incluso en los casos más elementales, en los que es posible encontrar la solución en términos de las funciones elementales o mediante un desarrollo en serie, la calidad numérica de estas soluciones no es necesariamente mejor que la que provee un método aproximado, ya que la evaluación de las funciones elementales o el truncamiento de una serie puede conducir a notables errores de precisión.

En el grado de Matemáticas de la UNED están presentes dos asignaturas que pueden ser situadas como materias de Cálculo Numérico:

- Análisis Numérico Matricial e Interpolación
- Resolución Numérica de Ecuaciones

Los trabajos que se asocien a esta materia consistirán esencialmente en la simulación numérica de modelos que se construyan mediante ecuaciones numéricas o diferenciales. El principal propósito es la aproximación del alumno a los problemas reales que se plantean en Ciencia y Tecnología. Se pretende desarrollar sus capacidades de resolver problemas, no solamente desde un punto de vista conceptual sino también desde un punto de vista práctico.

En particular, se plantearán dos grupos de problemas en los que los alumnos podrán desarrollar este trabajo de grado:

- Modelos Matemáticos en Finanzas. Se requiere que recorrido del alumno en el grado se haya orientado a Probabilidades e Investigación Operativa.
- Modelos Matemáticos en Ingeniería Civil. Se requiere que recorrido del alumno en el grado se haya orientado a Análisis Matemático.

Línea: Historia de las Matemáticas

Historia de las Matemáticas

Profesor: David Teira Serrano

Descripción del TFG:

El objetivo de este trabajo es redactar un trabajo con el formato de un artículo académico (unas 7.000 palabras) sobre un tema de Historia de las matemáticas. El trabajo debería presentar el problema, exponer las principales interpretaciones del mismo y, en la medida de lo posible, presentar alguna contribución original sobre el mismo.

Como requisitos previos, el alumno debe haber cursado la asignatura de Historia de las matemáticas, para familiarizarse con el tipo de trabajo intelectual que se realizará. Debe leer, al menos, inglés para poder manejar bibliografía actual sobre el tema escogido.

El alumno deberá acordar con el tutor a principio de curso el tema así como la estructura y la bibliografía del trabajo.

Bibliografía:

En cuanto a la bibliografía, el alumno deberá manejar fuentes originales (textos clásicos de Historia de la matemática), así como, al menos, tres monografías o una colección equivalente de artículos sobre las mismas fuentes. Pueden ponerse en contacto con el tutor por correo electrónico (dteira@fsof.uned.es) antes incluso de comenzar el curso para que le facilite referencias sobre el tema de su interés.

